扫码看视频

全真模拟检测题（一）

答案速查

1~5　AADDE	6~10　CCABD	11~15　BADBC
16~20　ABDEA	21~25　DCACD	

一、问题求解

1.【解析】本题不可能求出 a，b 的值，应利用 $a+3b=0$ 找出 a，b 之间的关系解答.

$$\left(1-\frac{b}{a+2b}\right)\div\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-4b^2}=\left(\frac{a+2b}{a+2b}-\frac{b}{a+2b}\right)\cdot\frac{(a+2b)(a-2b)}{(a+b)^2}$$

$$=\frac{a+b}{a+2b}\cdot\frac{(a+2b)(a-2b)}{(a+b)^2}=\frac{a-2b}{a+b},$$

由 $a+3b=0$ 得 $a=-3b$，所以$\frac{a-2b}{a+b}=\frac{-3b-2b}{-3b+b}=\frac{-5b}{-2b}=\frac{5}{2}$. 选 A.

2.【解析】已知 6 铅笔＝5 橡皮，6 橡皮－5 铅笔＝1 橡皮＋1 铅笔＝1. 1（元），得到：1 铅笔＝0. 5 元，1 橡皮＝0. 6 元. 因此，1 橡皮－1 铅笔＝0. 1（元），选 A.

3.【解析】设这两个数为 a 与 b，$a<b$，且设$(a, b)=d$，$a=da_1$，$b=db_1$，其中$(a_1, b_1)=1$.

因为“两个自然数的积＝两数的最大公约数×两数的最小公倍数”，因此 $240=d\cdot 60$.

解出 $d=4$，因此 $a=4a_1$，$b=4b_1$.

因为 a 与 b 的最小公倍数为 60，所以 $4a_1b_1=60$，于是有 $a_1b_1=15$.

解得$\begin{cases}a_1=1\\ b_1=15\end{cases}$或$\begin{cases}a_1=3\\ b_1=5\end{cases}$，则$\begin{cases}a=4\times1=4\\ b=4\times15=60\end{cases}$或$\begin{cases}a=4\times3=12\\ b=4\times5=20\end{cases}$.

故两数最大相差 56，选 D.

4.【解析】乙第二次追上甲，比甲多跑两圈，时间为 $200\times2/(2.4-0.8)=250(\mathrm{s})$，选 D.

5.【解析】三位循环节的纯循环小数 $0.\dot{a}b\dot{c}=\frac{abc}{999}=\frac{abc}{9\times3\times37}=\frac{abc}{27\times37}$.

显然最后最简分数的两位数质数分母只能是 37，既然是可以化简的分数，那么 $100a+10b+c$ 就应该是 27 的整数倍，即 $100a+10b+c=27n$，n 可取 1，2，…，36，所以有 36 种情况，选 E.

6.【解析】梯形面积为$(5+7)\times4\div2=24(\mathrm{cm}^2)$，故 $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ADE}=8\ \mathrm{cm}^2$，求得

$$BF=3.2\ \mathrm{cm},\ DE=4\ \mathrm{cm},\ CF=0.8\ \mathrm{cm},\ CE=3\ \mathrm{cm},$$

故 $S_{\triangle CEF}=1.2\ \mathrm{cm}^2$，剩余 $S_{\triangle AEF}=6.8\ \mathrm{cm}^2$，选 C.

7.【解析】由式①得 $1<x<3$，由式②得 $2<x<4$，联合式①和式②，则 $2<x<3$.

所有满足 $2<x<3$ 的 x 都满足式③，用抛物线画图法，必须满足 $f(2)\leqslant 0$，且 $f(3)\leqslant 0$. 注意可以取到等号，求得 $m\leqslant 9$. 选 C.

8.【解析】三分钟分裂一次. 初始容器内有两个细胞时，相当于比原来少分裂一次，所以是 57 分钟，选 A.

9.【解析】求解 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的公共项，相当于求解 $a_n=b_m$，其中 m 和 n 都是正整数. 数列 $\{b_n\}$ 可以看作是除以 3 余 2 的正整数数列；数列 $\{a_n\}$ 可以看作是 2 的整数次幂，而从首项开始除以 3 的余数分别是 2，1，2，1，2，1，…交替.

因为 $\{b_n\}$ 是从 5 开始的，所以 $a_1=2$ 是不满足的，必须从 $a_3=8$ 开始. 通过上面分析，得到满足条件的数列是 $\{a_3, a_5, a_7, a_9, \cdots\}$，前三项和

$$a_3+a_5+a_7=8+32+128=168.$$

选 B.

10.【解析】由题意得 $h=2r$，侧面积 $S=4\pi r^2 \Rightarrow r=\sqrt{\dfrac{S}{4\pi}}$，体积 $V=2\pi r^3=\dfrac{S}{4}\sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$，故选 D.

11.【解析】$y=2x+1$ 与 $x=2$ 的交点为 $A(2,5)$，在 $y=2x+1$ 上取一点 $B(0,1)$，则 B 关于 $x=2$ 的对称点为 $B'(4,1)$，连接 AB' 的直线为 $y=9-2x$ 即为所求，选 B.

【另解】根据对称，两条直线的斜率互为相反数，所以选 B.

12.【解析】直线斜率与抛物线开口方向都是由 a 决定，四个选项中直线斜率都是正的，故 $a>0$，抛物线开口向上，排除 C，D 选项. 由 A，B 选项可知 $b<0$，因此抛物线的对称轴为 $x=-\dfrac{b}{2a}$ 大于零，所以选 A.

13.【解析】圆到直线距离最小的点在过圆心且与 $4x+3y-12=0$ 垂直的直线上. 该直线方程为 $3x-4y=0$，与圆 $x^2+y^2=4$ 的交点为 $\left(\dfrac{8}{5}, \dfrac{6}{5}\right)$，此点即为所求.

【另解】此题最快的解法是画图法，所求到直线距离最短的圆上一点在第一象限，再根据位置确定，应选 D.

14.【解析】可采用特值法求解. 取 $a=1$，显然满足题干，排除 A，C 选项；取 $a=2$，显然不满足题干，排除 D，E 选项，故选 B. 此外，可以画图分析，参见图 1.

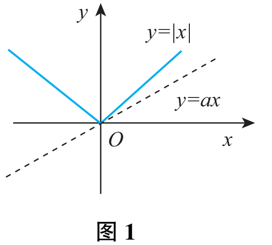

图 1

15.【解析】一共取 3 张，至少 2 张价格相同，反面的情况就是 3 张价格全部都不相同.

$P\{$至少 2 张相同$\}=1-P\{$3 张各不相同$\}=1-\dfrac{C_5^1C_3^1C_2^1}{C_{10}^3}=\dfrac{3}{4}$，选 C.

二、条件充分性判断

16. 【解析】已知 x_1，x_2 为方程 $x^2+kx-4=0$ 的两个根，则 $x_1^2+kx_1-4=0$，$x_1^2=4-kx_1$，从而有

$$x_1^2-2x_2=4-kx_1-2x_2.$$

当 $k=2$ 时，有 $x_1+x_2=-2$，$4-kx_1-2x_2=4-2(x_1+x_2)=8$ 满足结论，条件(1)充分；

当 $k=-3$ 时，$x_1^2-2x_2=18$ 或-7，故条件(2)不充分. 选 A.

17. 【解析】假设共 100 面旗帜.

条件(1)：正方形旗帜 26 面（三角形旗帜 74 面），红色旗帜 40 面，红色的正方形旗帜 20 面，则红色三角形旗帜 20 面，绿色三角形旗帜 54 面，所求比率 = 10/27，条件(1)不充分.

条件(2)：正方形旗帜 26 面（三角形旗帜 74 面），红色旗帜 35 面，红色的正方形旗帜 21 面，则红色三角形旗帜 14 面，绿色三角形旗帜 60 面，所求比率 = 7/30，条件(2)充分. 所以选 B.

18. 【解析】注意题意，前三项成等差数列是已知条件，后三项成等比数列是待求结论，即题目隐含 $2x=6+y$.

当 $4x+y=0$ 时，结合上述方程，求得 $x=1$，$y=-4$，满足题干，条件(1)充分；

当 $x^2+3x-4=0$ 时，分解因式求得 $x=1$，$y=-4$ 或者 $x=-4$，$y=1$，但是 $2x=6+y$，所以仍然求得 $x=1$，$y=-4$，满足题干，条件(2)充分. 所以选 D.

19. 【解析】显然条件(1)和(2)单独都不充分，所以答案只能是 C 或者 E. 令 $a=1$，$b=1$，不满足题干，故选 E.

20. 【解析】由条件(1)知最大的自然数是 12，即三个自然数分别是 3，6，12，条件(1)充分；

条件(2)：举反例，三个数是 3，9，27，满足等比数列，但乘积显然不等于 216，故条件(2)不充分.

所以选 A.

21. 【解析】条件(1)：由韦达定理，$x_1+x_2=8.5$. 圆心距小于半径的和，所以两圆相交，即有 2 条公切线，充分.

条件(2)：圆外一点到圆最远点和最近点，这三个点在一条直线上，且过圆心，两个距离之差就是直径，条件(2)也充分. 所以选 D.

22. 【解析】单独显然都不充分，两个条件联合起来，切线 $AB=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$，选 C.

23. 【解析】由条件(1)得到 10 种情况：(2，1)，(2，2)，(3，1)，(3，2)，(4，1)，(4，2)，(5，1)，(5，2)，(6，1)，(6，2)，概率为 $\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$，充分；由条件(2)得到的情况多于 10 种，而总数不变. 故落入圆的概率大于 $\frac{5}{18}$，不充分. 所以选 A.

24. 【解析】条件(1)：骰子有 1~6 点，能成为等差数列的情况如下：

公差为 0 有 6 种；公差为 1 有 4 种（公差为−1 的也有 4 种）；公差为 2 有 2 种（公差为−2 的也有 2 种）. 因此概率 $p=\dfrac{6\times2+6\times1}{6\times6\times6}=\dfrac{1}{12}$，故条件(1)不充分.

条件(2)：骰子有 1~6 点，能成为等比数列的情况如下：

公比为 1 有 6 种；公比为 2 有 1 种（公比为$\dfrac{1}{2}$的也有 1 种）. 概率 $p=\dfrac{1\times2+6\times1}{6\times6\times6}=\dfrac{1}{27}$，故条件(2)也不充分.

所以，掷骰子三次，点数依次既是等差数列又是等比数列，就是每次都是相同的点数的情况（共 6 种），概率 $p=\dfrac{6\times1}{6\times6\times6}=\dfrac{1}{36}$，联合充分，选 C.

25. 【解析】从 1 到 7 中，共有 3 个偶数 4 个奇数.

条件(1)：3 个偶数相邻，将 3 个偶数捆绑在一起，和剩余的 4 个奇数全排列，同时 3 个偶数内部存在一个全排列：$n=5!\cdot3!=720$，故条件(1)充分.

条件(2)：3 偶数互不相邻，采用插空法，从剩余的 4 个奇数组成的 5 个空隙（包括两端）中，选择 3 个放入 3 个偶数，就能保证偶数互不相邻. 所以先对 4 个奇数全排列，然后 5 个空隙选 3 个排列：$2n=4!\cdot C_5^3\cdot3!=1440$，故条件(2)也充分，所以选 D.

扫码看视频

全真模拟检测题（二）

答案速查

1~5 BCEAB	6~10 BDABD	11~15 BCABD
16~20 BCEAD	21~25 BADCC	

一、问题求解

1. 【解析】由$\dfrac{2}{x}=\dfrac{3}{y-z}=\dfrac{5}{z+x}$得 $y=3x$，$z=\dfrac{3}{2}x$，所以$\dfrac{5x-y}{y+2z}=\dfrac{5x-3x}{3x+3x}=\dfrac{1}{3}$. 故选 B.

【另解】本题也可用特殊值法来判断.

2. 【解析】因为$\dfrac{1-\left(\dfrac{1}{n}\right)^2}{1+\left(\dfrac{1}{n}\right)^2}+\dfrac{1-n^2}{1+n^2}=\dfrac{n^2-1}{n^2+1}+\dfrac{1-n^2}{1+n^2}=0$，即当 x 分别取值$\dfrac{1}{n}$，n（n 为正整数）时，计算所得的代数式的值之和为 0；而当 $x=1$ 时，$\dfrac{1-1^2}{1+1^2}=0$. 因此，当 x 分别取值$\dfrac{1}{2019}$，$\dfrac{1}{2018}$，$\dfrac{1}{2017}$，$\dfrac{1}{2016}$，$\dfrac{1}{2015}$，…，$\dfrac{1}{2}$，1，2，…，2015，2016，2017，2018，2019 时，计算所得各代数式的值之和为 0. 故选 C.

3. 【解析】根据题目得到总天数：$\frac{112}{14}=8$，然后用交叉法得到雨天是 6 天. 选 E.

4. 【解析】$x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$，所以 $a=x-2=\sqrt{2}-1$，$b=2-\sqrt{2}$，因此 $a+b=1$，故

$$a^3+b^3+3ab=(a+b)(a^2-ab+b^2)+3ab=(a+b)^2=1.$$

选 A.

5. 【解析】设每个工序分别安排的人数分别为 a，b，c. 由题意有 $3a=5b=7c$，满足此条件的最小一组数为 $a=35$，$b=21$，$c=15$.

得到 $a+b+c=71$，500 除以 71 余 3，所以裁员 3 人. 选 B.

6. 【解析】设分数为$\frac{a}{100-a}$，由题得到$\frac{a+23}{132-a}=\frac{2}{3}$，解出 $a=39$，所以分母比分子大 22. 选 B.

7. 【解析】中间数为 $8\times3+5\times3-6\times5=9$，选 D.

8. 【解析】由题意可知，S_4，S_8-S_4，$S_{12}-S_8$，$S_{16}-S_{12}$ 仍为等差数列. 不妨令 $S_8=3$，$S_4=1$，代入上式得到 $S_{16}=10$，所以选 A.

9. 【解析】因为 $3^a\cdot3^b=3$，所以 $a+b=1$，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=2+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant2+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=4,$$

当且仅当$\frac{b}{a}=\frac{a}{b}$即 $a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立，故选 B.

10. 【解析】由题意可得$\begin{cases}-\dfrac{-c}{2\left(a-\dfrac{b}{2}\right)}=1\\ a-\dfrac{b}{2}-c-a-\dfrac{b}{2}=-\dfrac{8}{5}b\end{cases}$，即$\begin{cases}b+c=2a\\ c=\dfrac{3}{5}b\end{cases}$. 所以 $c=\frac{3}{5}b$，$a=\frac{4}{5}b$，因此 $a^2+c^2=b^2$，所以$\triangle ABC$是直角三角形，故选 D.

11. 【解析】连接 BE，BE 为整个图形的对称轴，于是 $\mathrm{Rt}\triangle A'BE\cong\mathrm{Rt}\triangle CBE$，$\angle A'BE=\angle CBE$，所以

$$S_{阴影}=2S_{\triangle CBE}=2\cdot\frac{1}{2}BC\cdot CE=2CE=\frac{4\sqrt{3}}{3}\ (\mathrm{cm}^2),$$

故 $CE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm，从而可知在 $\mathrm{Rt}\triangle CBE$ 中，$\angle CBE=30°$，因此，旋转角 $\angle CBC'=90°-2\angle CBE=30°$，所以选 B.

12. 【解析】由题意可知$\triangle BCH\backsim\triangle BDE$，则$\frac{BC}{BD}=\frac{CH}{DE}$，得 $CH=\frac{60}{11}$，$GH=CG-CH=\frac{50}{11}$，

$$S_{阴影}=S_{\triangle EHG}+S_{\triangle BHG}=\frac{1}{2}HG\cdot EF+\frac{1}{2}HG\cdot BC=50\ (\mathrm{cm}^2).$$

所以选 C.

13 【解析】圆心(1，1)恰好在直线 l 上，所以弦长为直径 4，故选 A.

14 【解析】第一步，先选 3 支代表队，有 C_6^3 种；

第二步，选 1 支代表队，让这个队的 2 人都获奖，有 C_3^1 种；

第三步，另外 2 支队每队选 1 人，有 $C_2^1C_2^1$ 种.

所以由乘法原理：不同获奖情况种数共有 $C_6^3C_3^1C_2^1C_2^1$，故选 B.

15 【解析】能被 3 整除的共有 8 个，$p=\dfrac{8}{C_5^2\cdot 2!}=\dfrac{2}{5}$，选 D.

二、条件充分性判断

16 【解析】条件(1)：45 与 50 的最小公倍数为 450，所以中间有 $\dfrac{45\times 50}{450}-1=4$(根)不需要移动.

条件(2)：45 与 30 的最小公倍数为 90，所以中间有 $\dfrac{45\times 50}{90}-1=24$(根)不需要移动.

所以选 B.

17 【解析】解集为空集，得到 $a^2-a+1<1$，所以 $0<a<1$，选 C.

18 【解析】两个条件显然单独不充分，联合起来，无法得到小于 36 的两个数，从而不充分，所以选 E.

19 【解析】$\dfrac{a}{a^2+7a+1}$ 的分子只有一项，倒数、拆项后发现可以化出 $a+\dfrac{1}{a}$，所以采用倒数法比直接做要方便. 当 $a+\dfrac{1}{a}=3$ 时，$\dfrac{a^2+7a+1}{a}=a+7+\dfrac{1}{a}=3+7=10$. 所以 $\dfrac{a}{a^2+7a+1}=\dfrac{1}{10}$，故选 A.

20 【解析】$(a_4+a_5+a_6)\div(a_1+a_2+a_3)=q^3=8$，两个条件等价，均充分，所以选 D.

21 【解析】条件(1)：画图可知直线在 y 轴的截距在正半轴上，不充分.

条件(2)：可得到直线过圆心，直线方程为 $y=x-1$，所以充分. 选 B.

22 【解析】直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$ 与圆的切点在第三象限，所以选 A.

23 【解析】由条件(1)得 $x=\dfrac{2}{1-k}$，从而 $k=0$，-1，2，3. 共有 4 种情况；

由条件(2)得到(1，1)，(1，−1)，(−1，1)，(−1，−1)共 4 种情况. 所以选 D.

24 【解析】显然联合分析，因为男生 3 人，女生 5 人，得到共有 $C_3^2C_5^1 3!=90$(种)方法，选 C.

25. 【解析】显然联合分析，如图 2 所示，得到$\frac{C_4^1 \cdot 1}{C_{10}^2}=\frac{4}{45}$，所以选 C.

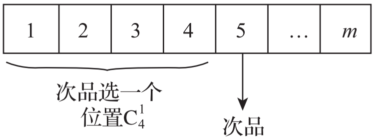

图 2

扫码看视频

全真模拟检测题（三）

答案速查	1～5　ADBBD	6～10　AECED	11～15　CABCD
	16～20　EDABD	21～25　CDDAA	

一、问题求解

1. 【解析】分子、分母同乘以 $1-\frac{1}{2}$，

原式$=\frac{2\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{2^2}\right)+\cdots+\left(1-\frac{1}{2^{11}}\right)\right]}{10}=\frac{2\left[11-\left(1-\frac{1}{2^{11}}\right)\right]}{10}=2+\frac{1}{10\times2^{10}}$.

故选 A.

2. 【解析】特殊值法. 令 $x=y=\sqrt{2018}$，得到 $3x^2-2y^2+3x-3y-2017=1$，选 D.

3. 【解析】设商品价格上涨 x 元，则利润 $y=(20+x)(300-10x)$，解得 $x=5$ 时，利润最大. 所以定价为 65 元，选 B.

4. 【解析】设原票价为 a 元.

所以甲旅行社总票价：$2a+0.5a=2.5a$(元)；乙旅行社总票价：$3a\cdot0.8=2.4a$(元)，选 B.

5. 【解析】设每群猴子分别为 a 只，b 只，c 只. 由题意有 $12a=15b=20c$，满足此条件的最小一组数为 $a=5$，$b=4$，$c=3$.

得到 $a+b+c=12$，60 除以 12 为 5，所以选 D.

6. 【解析】由题意可知 b 表示抛物线与 y 轴截距，画图可得：当 m，n 同号时，b 才能存在最大值.

不妨设 m，n 均为正，所以 $2\sqrt{mn}\leqslant m+n=|m|+|n|\leqslant1$.

又 $b=mn$，所以 $2\sqrt{b}\leqslant1$，得到 $b\leqslant\frac{1}{4}$，选 A.

7.【解析】$m=0$ 时，不符题意，排除 C，D 选项；$m=1$ 时，满足题意，排除 A，B 选项，选 E.

8.【解析】图中的纵坐标是路程，横坐标是时间，曲线的斜率是速度．小强是先慢后快，小刚是先快后慢．二人在约 3.2 min 的时候相遇，之前小刚领先小强，最终小强先到达终点．比赛中两人距离最远的时候是 4.5 min，距离约是 110 m．经过分析只能选择 C.

9.【解析】由题意可得：

$$a_1+a_2+a_3=3a_2=15\Rightarrow a_2=5,\ a_1a_2a_3=80\Rightarrow a_1a_3=16\Rightarrow d=3,$$
$$a_{11}+a_{12}+a_{13}=a_1+a_2+a_3+30d=15+90=105.$$

选 E.

10.【解析】根据体积相等，得$\frac{4}{3}\pi\cdot 5^3\Big/\left(\frac{4}{3}\pi\cdot 1^3\right)=125$（个），选 D.

11.【解析】由题中条件求内心坐标，在直角三角形中内心即为内切圆的圆心，由直角三角形内切圆半径公式 $R=\frac{a+b-c}{2}$可求得 $R=1$，选 C.

12.【解析】圆心到直线距离为 $2\sqrt{2}$，半径为 1，所以切线最短为$\sqrt{8-1}=\sqrt{7}$，所以选 A.

13.【解析】a，b 是方程$(x+1)^2+3(x+1)-3=0$，即 $x^2+5x+1=0$ 的两个根，由于 $\Delta=25-4>0$，从而 $a+b=-5$，$ab=1$，故 a，b 均为负数．因此

$$b\sqrt{\frac{b}{a}}+a\sqrt{\frac{a}{b}}=-\frac{b}{a}\sqrt{ab}-\frac{a}{b}\sqrt{ab}=-\frac{a^2+b^2}{ab}\sqrt{ab}$$
$$=-\frac{(a+b)^2-2ab}{\sqrt{ab}}=-23.$$

选 B.

14.【解析】甲、乙、丙三人选课相互独立，甲有 C_4^2 种选修方案，乙、丙均有 C_4^3 种，则总的选修方案有 $C_4^2C_4^3C_4^3=96$(种)，故选 C.

15.【解析】满足要求的共有 3 种情况．$p=\frac{3}{8\times 8}=\frac{3}{64}$，选 D.

二、条件充分性判断

16.【解析】由条件(1)得到乙队单独做需要 8 天，代入题干，不充分；由条件(2)得到乙单独做需要 9 天，代入题干，不充分．选 E.

17.【解析】将 p 视为自变量，设 $f(p)=p(x-1)+(x^2-4x+3)$，则当 $0\leqslant p\leqslant 4$ 时，$f(p)>0$ 恒成立等价于$\begin{cases}f(0)>0\\f(4)>0\end{cases}$，即$\begin{cases}x^2-4x+3>0\\x^2-1>0\end{cases}$．解得 $x>3$ 或 $x<-1$．选 D.

18.【解析】由条件(1)得到 $0<a<1$，代入题干，充分；由条件(2)得到 $1<a<2$，代入题干

得 $2a-1$，不充分. 选 A.

19. 【解析】由条件(1) $a+c=2b$，$bc=a^2$，$a+3b+c=10$，无法得到 $a=3$，不充分.

由条件(2)公差 $a=\dfrac{S_{偶数}-S_{奇数}}{5}=3$，充分. 故选 B.

20. 【解析】条件(1)：$m=17$，$n=2$，充分.

条件(2)：设两数为 $15k_1$，$15k_2$(k_1，k_2 互质)，$3m+2n=15(3k_1+2k_2)=180$，得到 $n=45$，$m=30$，充分. 所以选 D.

21. 【解析】显然单独均不充分，故联合起来分析，得 $S_{阴影}=S_{\triangle ADC}=1$，充分. 所以选 C.

22. 【解析】由条件(1)配方得到，$M=(\sqrt{2}x-2\sqrt{2}y)^2+(x-2)^2+(y+3)^2\geqslant 0$，充分；根据非负性，条件(2)也充分. 选 D.

23. 【解析】将条件(1)代入，设城镇人口为 x 万，则可以列出方程 $1.04x+1.054(70-x)=73.36$，解得 $x=30$. 同样将条件(2)代入，可以得出城镇人口为 40 万. 选 D.

24. 【解析】由条件(1)得到 $n=C_4^1\cdot 2!\cdot 3!=48$，充分；

由条件(2)得到 $C_2^1\cdot C_3^2\cdot 2!\cdot C_3^1\cdot 3!=2n$，$n=108$，不充分. 所以选 A.

25. 【解析】条件(1)：将 5 本不同的书全发给 4 名同学共有 4^5 种发法，其中每名同学至少有一本书的发法有 $C_5^2 4!$ 种，故每名同学至少有一本书的概率是 $p=\dfrac{C_5^2\cdot 4!}{4^5}=\dfrac{15}{64}$，充分.

条件(2)：采用隔板法，$p=\dfrac{C_5^3}{C_9^3}\neq\dfrac{15}{64}$，所以选 A.

扫码看视频

全真模拟检测题（四）

答案速查

1～5 ADEAB	6～10 DDDCB	11～15 ACBCD
16～20 DADEC	21～25 BDCEA	

一、问题求解

1. 【解析】分子、分母分别化简，有

$$原式=\frac{\dfrac{1+2018}{2}\times 2018}{\dfrac{1009}{1010}\times\dfrac{1010}{1011}\times\dfrac{1011}{1012}\times\cdots\times\dfrac{2018}{2019}}=2019^2,$$

故选 A.

2. 【解析】第一个数为 a^2+b，第二个数为 a^2+2b，第三个数为 $-3b$，第四个数为 a^2+3b. 所以，四个数的和为 $3a^2+3b=-6$，选 D.

3 【解析】假设 12 个零件都合格，应该得到 120 元，实际得了 90 元，说明少了 30 元，可知做了$\frac{30}{15}=2$(个)不合格零件．选 E.

4 【解析】当甲回头爬$\frac{1}{4}$树高时，乙爬了$\frac{3}{4}$树高，就可以得出甲从 4 m 处爬到树顶的距离等于$\frac{1}{2}$树高，也就是 4 m，从而得出树高为 8 m，所以选 A.

5 【解析】飞机票价格为$\frac{120}{10\times1.5\%}=800$(元)，所以选 B.

6 【解析】$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{a^2+2}{a}=a+\frac{2}{a}\geqslant2\sqrt{2}$，所以选 D.

7 【解析】自然数若被 a 除余数是 $a-1$，则这个数字就是几个 a 的公倍数减 1．易求得 10，9，8 的公倍数为 $360k=n+1$（k 为正整数），因为 $100<n<1000$，所以 $k=1$，2，即 $n_1=359$，$n_2=719$，选 D.

8 【解析】$S_{\triangle APB}=\frac{1}{2}AB\cdot\left|\frac{4c-b^2}{4}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{b^2-4c}\cdot\frac{b^2-4c}{4}=1\Rightarrow b^2-4c=4$，选 D.

9 【解析】$\frac{2x-a}{3}>\frac{a}{2}-1\Rightarrow x>\frac{5a-6}{4}$；$\frac{x}{a}<5\Rightarrow x>5a$．令$\frac{5a-6}{4}=5a$，得到 $a=-\frac{2}{5}$，选 C.

10 【解析】设正方体边长为 a，则球半径为$\frac{a}{2}$，故 $S_{球}\ S_{正}=4\pi\cdot\frac{a^2}{4}\ 6a^2=\pi\ 6$，选 B.

11 【解析】曲线化为 $(x-6)^2+(y-6)^2=18$，其圆心到直线 $x+y-2=0$ 的距离为

$$d=\frac{|6+6-2|}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}.$$

所求的最小圆的圆心在直线 $y=x$ 上，其到直线的距离为$\sqrt{2}$，即半径为$\sqrt{2}$，圆心坐标为 (2，2)．标准方程为 $(x-2)^2+(y-2)^2=2$．选 A.

12 【解析】本题考查分类与分步原理及组合公式的运用，可先求出两人各选修 2 门课程的种数 $C_4^2C_4^2=36$，再求出两人所选 2 门课程都相同和都不同的种数均为 $C_4^2=6$，故恰好有 1 门课程相同的选法有 $36-2\times6=24$ 种，选 C.

13 【解析】首项为 1，公比为 $a-\frac{3}{2}$的无穷等比数列各项和为 $S=\frac{1}{1-\left(a-\frac{3}{2}\right)}=\frac{1}{\frac{5}{2}-a}=a$，则 $a=2$，选 B.

14 【解析】按照 A，B，C 中选一门或一门都不选分类：$C_3^1C_6^3+C_3^0C_6^4=75$，选 C.

15 【解析】取到的都是红球，且一奇一偶的取法有 $C_3^1C_3^1$，2 个都是偶数编号取法有 C_3^2，则 $p=\frac{C_3^1C_3^1+C_3^2}{C_{12}^2}=\frac{2}{11}$，选 D.

【另解】从中任取 2 个球共有 $C_{12}^2=66$(种)取法，其中取到的都是红球，且至少有 1 个球的号码是偶数的取法有 $C_6^2-C_3^2=12$(种)取法，概率为$\frac{12}{66}=\frac{2}{11}$，选 D.

二、条件充分性判断

16.【解析】条件(1)：设船在静水中的速度为 x km/h，由题意有$\frac{60}{x+5}+\frac{40}{x-5}=\frac{30}{x+5}+\frac{60}{x-5}$，解得 $x=25$. 故船顺水行驶速度 30 km/h，逆水行驶速度 20 km/h，则由 A 到 B 的时间是$\frac{60}{30}+\frac{40}{20}=4$(h)，由 B 到 A 的时间是$\frac{30}{30}+\frac{60}{20}=4$(h)，条件(1)充分. 同理，条件(2)也充分. 选 D.

17.【解析】条件(1)：曲线 $y=x^2-2x+3$ 顶点是（1，2），则 $b=1$，$c=2$. 由 a，b，c，d 成等比数列知，$ad=bc=1\times2=2$，故充分. 条件(2)：出现不定方程，无法确定具体值，不充分. 选 A.

18.【解析】由条件(1)得，方程有三个整数解，充分；同理条件(2)也充分. 选 D.

19.【解析】显然单独均不充分，考虑联合，设销售量为 x，销售价格为 a，进货量为 y，进货价格为 b，则$\begin{cases}\frac{x}{y}=\frac{k}{a}\\ a=tb\end{cases}$，结合条件(1)(2)可知，$k=6.4$，$t=\frac{8}{5}$. 当 $b=6$ 时，$a=\frac{48}{5}$，$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}\neq70\%$，所以选 E.

20.【解析】由于方程 $x^2-2(m-1)x+m^2=7$ 的两个实根不是无限不循环小数，所以方程的两个实根都是有理根，因此判别式是完全平方数. 根据 $\Delta=4(m-1)^2-4(m^2-7)=8(4-m)$，两个条件联合起来，得到 $m=4$，充分，选 C.

21.【解析】条件(1)：$\Delta=(R+r)^2-d^2>0\Rightarrow R+r>d$，但两圆有可能没有交点，不充分. 条件(2)：两圆的圆心分别为(−1，−1)和(2，1)，半径为 2，所以两圆相交，选 B.

22.【解析】由 $OD=16$ 以及$\frac{1}{2}BO\cdot AO=54$，结合 $AO^2=BO\cdot OD$，求出 $BO=9$，$AO=12$. 长方形面积$=AO\cdot BD=300$，条件(1)充分；

由 $OB=9$ 以及$\frac{1}{2}BO\cdot AO=54$，结合 $AO^2=BO\cdot OD$，求出 $AO=12$，$OD=16$，根据 $OB=9$，$AO=12$，知长方形面积$=AO\cdot BD=300$，条件(2)充分. 选 D.

23.【解析】显然一个条件不能解出，需要两个条件联立. 利用条件(1)和条件(2)，得出 $m^3=mn+2m$，$n^3=mn+2n$，因此 $m^3-2mn+n^3=2(m+n)$，$m^2-n^2=n-m$，所以

$$m+n=-1，m^3-2mn+n^3=-2，$$

选 C.

24. 【解析】显然两个条件需要联合．联合得到 $P_{m+n}^2-P_m^2=P_{14}^2-P_{12}^2=50$，不充分，选 E.

25. 【解析】条件(1)，$p=1-\dfrac{1}{C_5^3}=0.9$，充分；条件(2)，$p=1-\dfrac{C_5^3}{C_8^3}\neq0.9$，不充分．选 A.

扫码看视频

全真模拟检测题（五）

答案速查

1～5　ACABE	6～10　CBDAB	11～15　BEBBC
16～20　CABBD	21～25　DEDDB	

一、问题求解

1. 【解析】根据题目验证选项：利用选项是否满足 $a>b>c$，$a+b+c=14$，$abc=64$，$bc=a$ 来进行验证，故选 A.

2. 【解析】由 $\dfrac{3}{4}:\dfrac{14}{15}:\dfrac{5}{8}=90:112:75$，得奖金总数 $=900+1120+750=2770$(元)．选 C.

3. 【解析】由题意可得，$\dfrac{b+1}{9a+2}=\dfrac{1}{b}$，得 $9a+2=b(b+1)$，$b(b+1)$为偶数，推知 a 为偶数，故选 A.

4. 【解析】圆柱的侧面积

$$S=2\pi r\cdot l=4\pi\Rightarrow r\cdot l=2.$$

对角线长为 $\sqrt{l^2+4r^2}=\sqrt{l^2+\dfrac{16}{l^2}}$．当且仅当 $l=\dfrac{4}{l}$时，可求得最小值．因此有 $l=2$，$r=1$，选 B.

5. 【解析】设路程为 s，由题意可知$\dfrac{s}{30}+\dfrac{s}{60}=4.5$，解得 $s=90$，选 E.

6. 【解析】根据常数项，令 $x=0$，观察选项，选 C.

7. 【解析】根据 $C\neq0$，且 $\overline{ABC}$ 能被 4 整除，选 B.

8. 【解析】根据题意，最多有 4 个孩子为 10 岁，其余孩子最大为 9 岁，根据所有年龄和为 202 岁，得到 9 岁的孩子为 18 个．共有 $18+4=22$(个)孩子，选 D.

9. 【解析】用特殊值法排除，$x=1$ 和 $x=2$ 时均不满足题干，选 A.

【另解】由题意可知 x，$\log_2x$ 异号，即 $x\log_2x<0$．为保证 $\log_2x$ 有意义，有 $x>0$，所以 $\log_2x<0$，得 $0<x<1$，选 A.

10. 【解析】根据题意：不妨令 $d=1$，得到 $a_1=9$，$a_k^2=a_1a_{2k}$．因此$(k+8)^2=9(2k+8)$，得到 $k=4$，选 B.

11【解析】$(1+\sqrt{2})^4=(3+2\sqrt{2})^2=17+12\sqrt{2}=a+b\sqrt{2}$，$a+b=29$，选 B.

12【解析】根据三角形相似，得到 $S_{\triangle BEC}=9$，所以绿色面积为 $9+6-4=11$，选 E.

13【解析】$a\approx1.41-1=0.41$，$b\approx2.82-2.44=0.38$，$c\approx2.44-2=0.44$，选 B.

14【解析】先对 1~40 这 40 个数按除以 4 的余数进行分类，再讨论每组数的和是否为 4 的倍数，

$$C_{10}^1C_{10}^1+2C_{10}^2=190,$$

选 B.

15【解析】满足要求：一个奇数，三个偶数或者三个奇数，一个偶数.

$$p=\frac{2C_5^1C_5^3}{C_{10}^4}=\frac{10}{21},$$

选 C.

二、条件充分性判断

16【解析】显然联合分析，根据浓度，采用交叉法，

$$\begin{array}{ccccc} 乙\ 20\% & \searrow & & \nearrow & 40\%-x \\ & & x & & \\ 甲\ 40\% & \nearrow & & \searrow & x-20\% \end{array}\quad \frac{3}{2}，$$

解得 $x=28\%$. 故充分，所以选 C.

17【解析】由 $|1-|1+x||=a$，可得 $|1+x|=1\pm a$，条件(1)充分. 选 A.

18【解析】条件(2)：$S_1+3S_3=4S_2\Rightarrow a_1+3(a_1+a_2+a_3)=4(a_1+a_2)\Rightarrow3a_3=a_2\Rightarrow q=\dfrac{1}{3}$，选 B.

19【解析】条件(1)是“或者”关系，所以不充分.

由条件(2)得到：$x^2+\dfrac{9}{x^2}=5\left(x+\dfrac{3}{x}\right)\Rightarrow\left(x+\dfrac{3}{x}\right)^2-5\left(x+\dfrac{3}{x}\right)-6=0\Rightarrow x+\dfrac{3}{x}=-1$（舍）或 $x+\dfrac{3}{x}=6$. 因此 $x^2-6x+3=0$，由韦达定理得到 $m\cdot n=3$，条件(2)充分. 故选 B.

20【解析】记 $f(x)=x^2-2x-a^2-a$，由 $f(2)=4-4-a^2-a<0$，可得 $a<-1$ 或 $a>0$，所以选 D.

21【解析】条件(1)：最小的质数为 2，所以 $2^6<100$，得到 k 为 6，充分.

条件(2)：$S_n=n^2-9n$ 得到 $a_n=2n-10$，则 $1<2k-10<3\Rightarrow11<2k<13$，$k=6$，充分. 选 D.

22【解析】$\dfrac{x+8}{x^2+2x-3}<2\Rightarrow\dfrac{(2x+7)(x-2)}{(x+3)(x-1)}>0$，选 E.

23.【解析】如图 3 所示，

$$S_{阴影}=5\times10+\frac{\pi}{4}\times25-\frac{5}{2}\times15=25\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\ (\mathrm{cm}^2).$$

由于两个条件等价，所以只考虑一个条件即可．选 D.

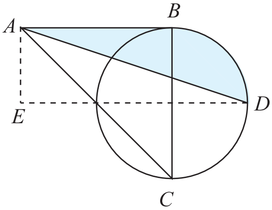

图 3

24.【解析】由条件(1)得到 $C_5^2\cdot C_3^1\cdot 3!=180$，充分；由条件(2)得到$C_6^2\cdot C_2^1\cdot 3!=180$，充分．选 D.

25.【解析】从反面考虑，$1-(1-p)^3=0.271$，$p=0.1$，条件(2)充分．所以选 B.

扫码看视频

全真模拟检测题（六）

答案速查			
	1～5　BBCCA	6～10　BAAAC	11～15　DDCBA
	16～20　ABAEA	21～25　CDDAD	

一、问题求解

1.【解析】设甲初中男生 $32a$ 人，女生 $31a$ 人，$a\neq0$；乙初中男生 $5b$ 人，女生 $4b$ 人，$b\neq0$.

因为 $$(32a+5b):(31a+4b)=89:82,$$

因此 $$a:b=2:5,$$

可知甲、乙初中学生总数比为 $63a:9b=7a:b=14:5$．故选 B.

2.【解析】根据数字 $12.5\%=\frac{1}{8}$，可知答案应该被 8 整除，所以选 B.

【另解】设仓库原有 x t 化肥，则 $12.5\%x+21+\frac{1}{6}x-4+102=x$，解得 $x=168$，选 B.

3.【解析】首先得到 $b=8a>0$，所以 $ax+b<0$，故 $x<-8$，选 C.

4.【解析】由于 $160\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=20\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}$，所以甲追上乙三次，甲比乙多行驶三圈．选 C.

5.【解析】设 $a^5=b^4=m^{20}$，$c^3=d^2=n^6$，这样 a，b 可用 m 表示，c，d 可用 n 表示，从而减少字母的个数，降低问题的难度.

由 $a^5=b^4=m^{20}$，$c^3=d^2=n^6$，则 $a-c=m^4-n^2=17$，由题意可知 m，n 都是自然数，故有 $(m^2+n)(m^2-n)=1\times17$，且 $m^2+n\geqslant m^2-n$，故有$\begin{cases}m^2+n=17\\m^2-n=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=3\\n=8\end{cases}$.

因此 $b=m^5=243$，$d=n^3=512$，所以 $d-b=269$．选 A.

6.【解析】由于 a，x 都是整数，根据本题结构可以将方程变形，x 用 a 表示，再根据整除性可知，a 必是 4 的一个约数，从而可求出 a 的值的个数.

$$x=\frac{2a^3-3a^2-5a+4}{a}=2a^2-3a-5+\frac{4}{a},$$

由于 $2a^2$，$-3a$，-5 都是整数，只要 $\frac{4}{a}$ 是整数，x 就必为整数了，因此 $a=\pm1$，±2，±4，所以 a 的值共有 6 个．选 B.

7.【解析】抓住两个等式的特点，将两个等式化为一个方程，再将所求值的代数式化成两根和或两根积的形式，然后利用根与系数的关系求解.

由 $9b^2+2015b+5=0$（显然 $b\neq0$）得 $5\frac{1}{b^2}+2015\frac{1}{b}+9=0$.

故 a 与 $\frac{1}{b}$ 都是方程 $5x^2+2015x+9=0$ 的根，但 $a\neq\frac{1}{b}$，由 $\Delta>0$，得 a 与 $\frac{1}{b}$ 是此方程的互异实根，从而 $a\cdot\frac{1}{b}=\frac{9}{5}$，选 A.

8.【解析】人数被 5 除余 3，被 9 除余 8，被 7 除余 6，将选项的数字代入题干验证，选 A.

9.【解析】用排除法，并结合画图，如图 4 所示，当 $a\geqslant10$ 时，交集为空集，当 $a<10$ 时，交集不是空集，选 A.

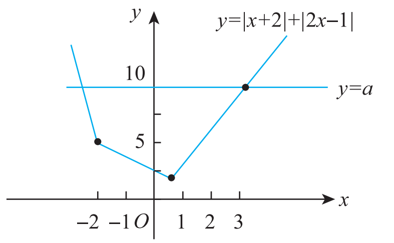

图 4

10.【解析】由题得长方体的外接球半径

$$r=\frac{\sqrt{3^2+4^2+5^2}}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

球的表面积 $S=4\pi\cdot\frac{50}{4}=50\pi$，选 C.

11.【解析】因为题目中的两个二次三项式有一次公因式，所以方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 与 $x^2+2cx-b^2=0$ 必有公共根，设公共根为 x_0，则

$$x_0^2+2ax_0+b^2=0, \quad ①$$

$$x_0^2+2cx_0-b^2=0, \quad ②$$

式①+式②得 $2x_0^2+2(a+c)x_0=0$，整理得 $x_0[x_0+(a+c)]=0$.

若 $x_0=0$，代入 $x_0^2+2ax_0+b^2=0$，得 $b=0$，这与 b 为 $\triangle ABC$ 的边长不符，所以公共根 $x_0=-(a+c)$．把 $x_0=-(a+c)$ 代入 $x_0^2+2ax_0+b^2=0$，得 $(a+c)^2-2a(a+c)+b^2=0$，整理得 $a^2=b^2+c^2$，所以 $\triangle ABC$ 为直角三角形，选 D.

12.【解析】停留时间至多是 4 分钟，可分为没有遇到红灯、只遇到一个红灯、遇到两个红灯.

没有遇到红灯的概率为 $p_0=\left(1-\frac{1}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$；

只遇到一个红灯的概率为 $p_1=C_4^1\left(\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)^3=\frac{32}{81}$；

遇到两个红灯的概率为 $p_2=C_4^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(1-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{24}{81}$.

所以等待时间不超过 4 分钟的概率为 $p_0+p_1+p_2=\frac{8}{9}$，选 D.

13 【解析】画图，做 $A(3,3)$关于 y 轴的对称点 $A'(-3,3)$，$A'B$ 的长度为 5，选 C.

14 【解析】A 项，$p=\frac{C_3^1C_7^3}{C_{10}^4}=\frac{1}{2}$；B 项，$p=\frac{C_3^2C_7^2}{C_{10}^4}=0.3$；C 项，$p=0$；D 项，$p=1-\frac{C_3^3C_7^1}{C_{10}^4}=\frac{29}{30}$，故选 B.

15 【解析】从反面考虑，由 $1-(1-p)^4=\frac{65}{81}$，可解得 $p=\frac{1}{3}$，选 A.

二、条件充分性判断

16 【解析】电线长度减去 40%之后剩余长度为 36 m. 而电线最终的长度为 75 m，所以电线长度增加了 39 m，选 A.

17 【解析】由条件(1)，反例 $a=1$，$b=6$，不充分；由条件(2)，得 $a^2+b^2=13$，由于 a，b 为自然数，所以推出 $a=2$，$b=3$ 或 $a=3$，$b=2$，充分. 选 B.

18 【解析】由条件(1)可知为内切球，则 $r=\frac{1}{2}a$. $S_{球}=4\pi\times\left(\frac{1}{2}a\right)^2=4\times\frac{1}{4}a^2\pi=a^2\pi$，$S_{正}=6a^2$. 从而$\frac{S_{球}}{S_{正}}=\frac{a^2\pi}{6a^2}=\frac{\pi}{6}$，充分；

由条件(2)可知为外接球，则 $R=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$S_{球}=4\pi\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2=3a^2\pi$，$S_{正}=6a^2$. 从而$\frac{S_{球}}{S_{正}}=\frac{3a^2\pi}{6a^2}=\frac{\pi}{2}$，不充分，选 A.

19 【解析】选一个特殊值 6，则式子变为 $|6-2|-|6-7|=4-1=3$，所以两个条件均不成立，选 E.

20 【解析】将 $x=-2$ 代入条件的余式中，验证数值是否为 1，选 A.

21 【解析】由条件(1)得到 a 为 1 或-4，不充分；由条件(2)得到圆心到直线距离为$\frac{1}{2}$，故解得 $a=1$ 或$\frac{8}{3}$，选 C.

22 【解析】由条件(1)，(x_0,y_0)在圆 C：$x^2+y^2=1$ 的外部，故 $x_0^2+y_0^2>1$，圆心到直线距离小于 1，所以直线 $x_0x+y_0y=1$ 和圆有 2 个交点.
(注意：直线 $x_0x+y_0y=1$ 不经过点(x_0,y_0)，可以用圆心到直线的距离大于半径思考)
由条件(2)，圆的圆心在直线上，所以有交点. 选 D.

23. 【解析】由条件(1)，根据非负性得到，$a=2$，$b=5$，周长为 12；由条件(2)，直角三角形的内切圆半径公式 $r=\dfrac{a+b-c}{2}$. 解得三边边长为 3，4，5，周长为 12. 所以选 D.

24. 【解析】由条件(1)得到 $C_3^1C_3^1 2!4!=432$，充分；由条件(2)得到 $4!C_3^2 2!=144$，不充分. 选 A.

25. 【解析】两条件等价，从反面考虑：$1-\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\left(1-\dfrac{1}{4}\right)\left(1-\dfrac{1}{5}\right)=\dfrac{3}{5}$. 选 D.

扫码看视频

全真模拟检测题（七）

答案速查			
	1~5 AECED	6~10 BAADB	11~15 BACBC
	16~20 EBCBD	21~25 DADBD	

一、问题求解

1. 【解析】令 $S=1+\dfrac{3}{2}+\dfrac{5}{2^2}+\cdots+\dfrac{21}{2^{10}}$；两边乘以 $\dfrac{1}{2}$，得 $\dfrac{1}{2}S=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2^2}+\cdots+\dfrac{19}{2^{10}}+\dfrac{21}{2^{11}}$，

两式相减：$\dfrac{1}{2}S=1+1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\cdots+\dfrac{1}{2^9}-\dfrac{21}{2^{11}}$，所以 $S=6-\dfrac{25}{2^{10}}$，选 A.

2. 【解析】a，b 可以看作是方程 $x^2-3x+1=0$ 的两根，并且两根互为倒数，所以

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{a^2}+a^2=\left(\frac{1}{a}+a\right)^2-2=9-2=7.$$

选 E.

3. 【解析】由于 $1+2+3+\cdots+7=28$（集），而集数互不相同，剩余两集不能单独播一天，因此每天按照 1，2，3，4，5，7，8 或 1，2，3，4，5，6，9 集来播. 所以最多可以播 7 天. 选 C.

4. 【解析】当甲跑 1500 m 时，乙跑 1200 m，由于一圈 400 m，所以乙回到 A 点，选 E.

5. 【解析】设容积为 L.

$$\left(L-10-\frac{L-10}{L}\cdot 6\right):\left[10-\left(1-\frac{L-10}{L}\right)\cdot 6+6\right]=3:1,$$

解得 $L_1=4$（舍），$L_2=60$，选 D.

6. 【解析】只有①正确，此点为体对角线的交点，选 B.

7. 【解析】方程 $x^2+2px-(q^2-2)=0$ 的判别式 $\Delta=4p^2+4(q^2-2)<0$，因此 $p^2+q^2<2$，由 $\dfrac{(p+q)^2}{2}\leqslant p^2+q^2<2$，可得 $(p+q)^2<4$，所以选 A.

8. 【解析】当 $k=0$ 时，方程无解，满足没有负数解，所以 k 的取值范围中应该包括 0，选 A.

9. 【解析】根据 S_n 的特点，得到对称轴的位置在 9 和 9.5 之间，所以 $n=9$ 时最大，选 D.

10. 【解析】由题意得：最高价格出现 4 个 10%，即

$$(1-10\%)(1-10\%)(1-10\%)(1-10\%).$$

最低价格出现 4 个 20%，即 $(1-20\%)(1-20\%)(1-20\%)(1-20\%)$，两者之比选 B.

11. 【解析】用勾股定理求解.

$AD^2=AC^2+\frac{BC^2}{4}$，$BE^2=\frac{AC^2}{4}+BC^2$，而 $AB^2=AC^2+BC^2=\frac{4}{5}(AD^2+BE^2)=2\sqrt{13}$，所以选 B.

12. 【解析】当过 P，Q 的两条直线的斜率为 0 时，$d=5$；当这两条直线与 x 轴垂直时，$d=3$.

设 l_1：$y+2=k(x+2)$，l_2：$y-3=k(x-1)$. 则由平行线间的距离公式得 $d=\frac{|3k-5|}{\sqrt{k^2+1}}$，即 $(d^2-9)k^2+30k+(d^2-25)=0$，则 $\Delta=900-4(d^2-9)\cdot(d^2-25)\geqslant 0$，即 $0<d\leqslant\sqrt{34}$，选 A.

13. 【解析】设圆 O_1 与圆 O_2 的半径分别为 r，R，$\angle FEB=x$，如图 5 所示，

$AB//GE\Rightarrow\angle GEH=\angle ABH=x$.

$$\begin{cases}CF\perp CE\\CB\perp EH\end{cases}\Rightarrow\angle GEH+\angle FCB=180°$$

$\Rightarrow\angle FCB=180°-x$.

由圆心角等于 2 倍弦切角，

$\angle ABH=\frac{1}{2}\angle ACB\Rightarrow\angle ACB=2x$.

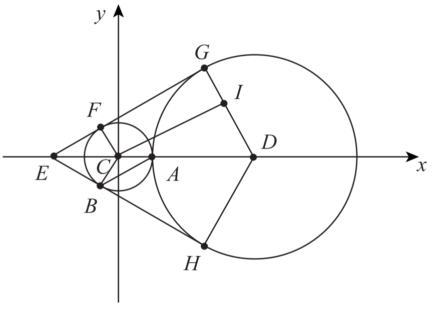

图 5

由对称性 $\angle ACB=\angle ACF$.

所以由 $\angle FCB+\angle ACB+\angle ACF=360°$，得 $180°-x+4x=360°$，解出 $x=60°$.

所以 $\angle ACF=120°$，$\angle ICD=30°$. 因此 $2(R-r)=r+R$，解出 $\frac{r}{R}=\frac{1}{3}$，选 C.

14. 【解析】从反面求解：所有的偶数个数为 $C_2^1 4!$，大于 50000 的偶数个数为 $C_2^1 3!$，答案为 $C_2^1 4!-C_2^1 3!=36$，选 B.

15. 【解析】4 个人不对号入座的情况数为 9，所以概率 $p=\frac{9}{4!}=\frac{3}{8}$，选 C.

二、条件充分性判断

16. 【解析】显然联合分析，代入题干验证：设汽车速度为 v，有 $\frac{4v+536}{340}+\frac{536}{340}=4$，得 $v=72(\text{m/s})$，所以选 E.

17 【解析】由题意可知，$(x+2)(x^2+ax+b)$ 的二次项系数 $a+2=0$，得 $a=-2$，一次项系数 $2a+b=0$，得 $b=4$，所以选 B.

18 【解析】解集为全体实数，所以

$$\begin{cases}\text{开口方向：} a<2, \\ \text{判别式：} \Delta=4(a-2)^2+16(a-2)<0\end{cases} \Rightarrow -2<a<2.$$

注意不要忘记讨论 $a=2$ 的情况，当 $a=2$ 时，也满足解集为任意实数，所以选 C.

19 【解析】由条件(1)取反例：$a=b$，此时方程必有实数根，不充分.

由条件(2)得到：$a=97\times10$，$b=11\times99$，充分. 所以选 B.

20 【解析】由条件(1)，$S_{20}=10(a_1+a_{20})=10(a_6+a_{15})=200$，充分；

由条件(2)，S_4，S_8-S_4，$S_{12}-S_8$，$S_{16}-S_{12}$，$S_{20}-S_{16}$ 也成等差数列，则

$$\begin{aligned}S_{20}&=S_4+(S_8-S_4)+(S_{12}-S_8)+(S_{16}-S_{12})+(S_{20}-S_{16})\\&=5(S_{12}-S_8)=5\times40=200.\end{aligned}$$

或者：令 $S_n=an^2+bn$，则

$$\begin{cases}S_8=64a+8b=32\\S_{12}=144a+12b=72\end{cases}\Rightarrow S_{20}=400a+20b=5(80a+4b)=5(S_{12}-S_8)=200\text{，充分.}$$

选 D.

21 【解析】由条件(1)，得到圆心$\left(-\dfrac{1}{2},3\right)$在直线上，说明 PQ 为直径，直径对的圆周角为$\dfrac{\pi}{2}$，所以原点(0，0)在圆上，得到 $m=3$，充分；

由条件(2)，得到 AB 的长度恰好为$\sqrt{5}$，所以相当于半径分别为$\sqrt{2}$，$\sqrt{5}-\sqrt{2}$的两圆外切，公切线有 3 条，所以满足条件的直线有 3 条，充分. 所以选 D.

22 【解析】由条件(1)，$\dfrac{y}{x+2}$的几何意义：圆上及其内部的动点(x,y)与定点$(-2,0)$构成直线的斜率，画出图像，可以看出相切的时候取到最大值，此时斜率为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，充分.

同理可知，条件(2)不充分. 所以选 A.

23 【解析】由题干得到正方形的边长为 24 cm，条件(1)，由$\triangle BMO\backsim\triangle DCO$得到 O 点为 BD 的三等分点，故面积为$\dfrac{1}{2}\times12\times8=48(\text{cm}^2)$. 同理条件(2)也充分. 所以选 D.

24 【解析】条件(1)：一类是甲、乙两人只去一个的选法有 $C_2^1C_7^2=42$，另一类是甲、乙都去的选法有 $C_2^2C_7^1=7$，所以共有 $42+7=49$.

条件(2)：四名学生中有两名学生分在一个班的种数是 C_4^2，顺序有 3!种，而甲、乙被分在同一个班的情况有 3!种，所以不同分法种数是 $C_4^2\cdot3!-3!=30$. 选 B.

25. 【解析】由条件(1)，将两次连中捆绑，然后采用插空法，得到概率 $p=C_3^2\cdot 2!\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{3}{16}$，充分；

由条件(2)，同样的思路，得到概率 $p=C_4^2\cdot 2!\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{3}{16}$，充分. 所以选 D.

扫码看视频

全真模拟检测题（八）

答案速查			
	1~5 ADABA	6~10 DCADE	11~15 BACAB
	16~20 DBADE	21~25 EACAD	

一、问题求解

1. 【解析】原式 $=c^2=9$，选 A.

2. 【解析】由题得到：a 和 b 含有因数 2，b 和 c 含有因数 4，a 和 c 含有因数 6，所以 a 含有因数 6，b 含有因数 4，c 含有因数 12，又由于最小公倍数为 84，数字 7 还需要安排给 a，b，c，要保证和最小，7 安排给 b. 因此这三个数的和为 $6+28+12=46$，选 D.

3. 【解析】由于从下往上球内横截面积先增大后减小，球内水面高度变化为先慢再快，故选 A.

4. 【解析】设上涨率为 x，所以 $(1+x)(1-20\%)=94.4\%$，根据尾数特点，选 B.

5. 【解析】本题从效率角度来分析.

$$\begin{cases}甲+乙=\frac{1}{8}\\ 乙+丙=\frac{1}{6}\\ 丙+丁=\frac{1}{12}\end{cases}\Rightarrow 甲+丁=\frac{1}{8}+\frac{1}{12}-\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$$，甲和丁合作用 24 天. 选 A.

6. 【解析】设要倒入 x g 水. 则有 $\frac{24}{300+x}=\frac{15}{120+x}$，解得 $x=180$，选 D.

7. 【解析】根据定义域排除：分母、根号、乘积、绝对值，故选 C.

8. 【解析】由题意可知，两年前：母亲的年龄为 6 的倍数，可以设定为 24 岁，儿子为 4 岁. 今年：儿子 6 岁，父亲为 30 岁，母亲为 26 岁. 父亲与母亲的年龄差为 4 岁，满足题干条件，故假定正确. 因此 3 年后，年龄和为 $6+30+26+9=71$（岁），选 A.

9. 【解析】令 $t=2x^2-5x+1$，得 $t+\frac{8}{t}-6=0$，即 $t^2-6t+8=0$，得 $t=2$ 或 4，只有当 $t=4$ 时，才有整数解 $x=3$. 选 D.

【另解】首先排除 A（非整数），然后排除 B，C（前两项为很大的正数），代入验证（整除），选 D.

10. 【解析】将原不等式移项，$\frac{2x^2-x+6}{x^2-5x+6}\geqslant 0$，由于分子恒为正，所以只需分母大于零即可，选 E.

11. 【解析】由图形可得：矩形 AO_1O_2B 的面积相当于两个$\frac{1}{4}$圆的面积.

$1\cdot O_1O_2=2\cdot\frac{\pi}{4}\Rightarrow O_1O_2=\frac{\pi}{2}$. 选 B.

12. 【解析】原方程变为 $x^2-(m+2)x+2m=p^2-(m+2)p+2m$，所以 $x^2-p^2-(m+2)x+(m+2)p=0$，即 $(x-p)(x+p-m-2)=0$，根为 $x_1=p$，$x_2=m+2-p$. 直角三角形的面积为

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}x_1x_2&=\frac{1}{2}p(m+2-p)=-\frac{1}{2}p^2+\frac{1}{2}p(m+2)\\&=-\frac{1}{2}\left[p^2-(m+2)p+\left(\frac{m+2}{2}\right)^2-\frac{(m+2)^2}{4}\right]\\&=-\frac{1}{2}\left(p-\frac{m+2}{2}\right)^2+\frac{(m+2)^2}{8},\end{aligned}$$

即当 $p=\frac{m+2}{2}$且 $m>-2$ 时，以 x_1，x_2 为两直角边长的直角三角形的面积最大，最大面积为$\frac{(m+2)^2}{8}$或$\frac{1}{2}p^2$. 选 A.

13. 【解析】由于原直线经过点$(-1,3)$，所以对称的直线经过$(3,-1)$，选 C.

14. 【解析】$C_6^3\cdot 3!+C_3^2\cdot C_6^2\cdot 2!=210$，选 A.

15. 【解析】6 个人随意离开的情况数为 9^6，6 个人在不同层离开的情况数为 $C_9^6 6!$，故概率 $p=\frac{C_9^6 6!}{9^6}$，选 B.

二、条件充分性判断

16. 【解析】根据题干得到$\frac{h}{t}=\frac{t}{6}$，所以两个条件单独均充分，选 D.

17. 【解析】根据绝对值图像分析. 条件(1)得到最大值为 6，不充分；条件(2)得到最大值为 4，充分. 选 B.

18. 【解析】$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{2(m+1)}{m^2}=2$，得到 $m=\frac{1}{2}(1\pm\sqrt{5})$，但要保证方程有实根，即 $\Delta=[-2(m+1)]^2-4m^2\geqslant 0$，$m\geqslant -\frac{1}{2}$，所以选 A.

19 【解析】由 $S_{17}=S_9$ 得到 $S_{26}=0$，对称轴为 13（最大值点），所以两个条件都充分. 选 D.

具体计算：由 $S_{26}=0$ 以及 S_n 过原点，有 $S_n=n(26-n)$，得到 $S_{13}=13\times13=169$.

20 【解析】显然考虑联合.

首先，不妨设 a 是 a，b，c 中的最大者，由题设知 $a>0$，且 $b+c=2-a$，$bc=\dfrac{4}{a}$，于是 b 和 c 是一元二次方程 $x^2-(2-a)x+\dfrac{4}{a}=0$ 的两个实数根，$\Delta=(2-a)^2-4\cdot\dfrac{4}{a}\geqslant0$，即 $a\geqslant4$.

其次，因为 $abc>0$，所以 a，b，c 为全大于 0 或一正二负.

若 a，b，c 均大于 0，可得 a，b，c 中的最大者不小于 4，这与 $a+b+c=2$ 矛盾.

若 a，b，c 为一正二负，设 $a>0$，$b<0$，$c<0$，则 $|a|+|b|+|c|=a-b-c=2a-2$，又 $a\geqslant4$，则 $2a-2\geqslant6$. 当 $a=4$，$b=c=-1$ 时满足题设条件且使得不等式等号成立，从而最小值为 6，故选 E.

21 【解析】由两个条件等价，即 $AB=3$，$\angle A=\dfrac{\pi}{4}$，故阴影面积为 $\dfrac{9}{8}\pi$，选 E.

22 【解析】由条件(1)得 $|xy|+1=|x|+|y|$，因此 $|xy|-|x|-|y|+1=0$，所以 $(|x|-1)\cdot(|y|-1)=0$，四条直线所围成的是正方形，充分；

由条件(2)得，所围成的图形是菱形，不充分. 选 A.

23 【解析】单独一个条件，显然推不出. 联合两个条件，假设甲、乙两校获奖总人数为 110 人，那么甲校获奖人数为 60 人，乙校获奖人数为 50 人，甲、乙两校获二等奖的人数为 66 人，进一步可以得出甲校获二等奖的人数为 30 人，选 C.

24 【解析】条件(1)：$N=C_3^1\cdot C_4^2\cdot2!=36$，充分.

条件(2)：从反面思考，$N=C_5^3\cdot3!-3!=54$，不充分. 选 A.

25 【解析】由于总共取 2 个球，所以事件{至多有一个红球}与事件{至少有一个白球}是等价的，故取到 1 个红球和 1 个白球，或者取出 2 个白球. 可知两个条件均充分，所以选 D.